［Ｉ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。ただし空欄（あ），（い），（う）には既約分数で表される有理数を記入すること。

（１） 三角形 ABC において辺 BC を 4：3 に内分する点を D とするとき，等式

$$\boxed{\text{（あ）}}\mathrm{AB}^2+\boxed{\text{（い）}}\mathrm{AC}^2=\mathrm{AD}^2+\boxed{\text{（う）}}\mathrm{BD}^2$$

が成り立つ。

（２） 式 $4z^2+4z-\sqrt{3}\,i=0$ を満たす複素数 z は 2 つある。それらを α，β とする。ただし i は虚数単位である。α，β に対応する複素数平面上の点をそれぞれ P，Q とすると，線分 PQ の長さは $\boxed{\text{（え）}}$ であり，PQ の中点の座標は $\left(\boxed{\text{（お）}},\ \boxed{\text{（か）}}\right)$ である。また，線分 PQ の垂直二等分線の傾きは $\boxed{\text{（き）}}$ である。

（３） 曲線 $y=x\log(x^2+1)$ の $x\geqq 0$ の部分を C とすると，点 $(1,\ \log 2)$ における C の接線 ℓ の方程式は $y=\boxed{\text{（く）}}$ である。また，曲線 C と直線 ℓ，および y 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{\text{（け）}}$ である。

［Ⅱ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

n を自然数とする。A 君と B 君の 2 人が以下の試合 T を n セット行い，それぞれが得点をためていくとする。

試合 T

> 2 人で腕ずもうを繰り返し行う。毎回，A 君，B 君のどちらも勝つ確率は $\frac{1}{2}$ ずつである。どちらかが先に 2 勝したら，腕ずもうを行うのをやめる。2 勝 0 敗の者は 2 点を，2 勝 1 敗の者は 1 点を得る。2 勝しなかった者の得点は 0 点である。

A 君が 1 セット目から n セット目までに得た点の合計を a_n とし，B 君が 1 セット目から n セット目までに得た点の合計を b_n とする。

（1） $n=1$ とする。$a_1=2$ である確率は $\boxed{\text{（あ）}}$ であり，$a_1=1$ である確率は $\boxed{\text{（い）}}$ である。

（2） $n \geqq 4$ とする。試合 T を n セット行ううち，A 君が 2 点を得るのがちょうど 2 セット，かつ 1 点を得るのがちょうど 2 セットである確率は $\dfrac{\boxed{\text{（う）}}}{\boxed{\text{（え）}}}$ である。

（3） $n \geqq 2$ とする。$a_n=n+2$ かつ $b_n=0$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{（お）}}}{\boxed{\text{（か）}}}$ である。

（4） $a_n=2$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{（き）}}}{\boxed{\text{（く）}}}$ である。

（5） $n=4$ とする。$a_4>b_4$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{（け）}}}{\boxed{\text{（こ）}}}$ である。

［Ⅲ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

座標平面上の曲線 $y=\dfrac{1}{x^2}\ (x\neq 0)$ を C とする。a_1 を正の実数とし，点 $\mathrm{A}_1\left(a_1,\ \dfrac{1}{{a_1}^2}\right)$ における C の接線を ℓ_1 とする。ℓ_1 と C の交点で A_1 と異なるものを $\mathrm{A}_2\left(a_2,\ \dfrac{1}{{a_2}^2}\right)$ とする。次に，点 A_2 における C の接線を ℓ_2 とし，ℓ_2 と C の交点で A_2 と異なるものを $\mathrm{A}_3\left(a_3,\ \dfrac{1}{{a_3}^2}\right)$ とする。以下同様にして $n=3,\ 4,\ 5,\ \cdots$ に対して，$\mathrm{A}_n\left(a_n,\ \dfrac{1}{{a_n}^2}\right)$ における C の接線を ℓ_n とし，ℓ_n と C の交点で A_n と異なるものを $\mathrm{A}_{n+1}\left(a_{n+1},\ \dfrac{1}{a_{n+1}^2}\right)$ とする。

（1） $\dfrac{a_2}{a_1}=$ $\boxed{（あ）}$ であり，$\dfrac{a_3}{a_1}=$ $\boxed{（い）}$ である。

（2） a_n を a_1 を用いて表すと $a_n=$ $\boxed{（う）}$ であり，無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ の和 T を a_1 を用いて表すと $T=$ $\boxed{（え）}$ である。

（3） a_1 を正の実数すべてにわたって動かすとき，三角形 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\mathrm{A}_3$ の重心が描く軌跡の方程式を $y=f(x)$ の形で求めると，$f(x)=$ $\boxed{（お）}$ となる。

（4） 三角形 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\mathrm{A}_3$ が鋭角三角形になるための条件は $\boxed{（か）}$ $<a_1<$ $\boxed{（き）}$ である。

（5） x 軸上に 2 点 $\mathrm{A}_1'(a_1,\ 0)$，$\mathrm{A}_2'(a_2,\ 0)$ をとり，台形 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2\mathrm{A}_2'\mathrm{A}_1'$ の面積を S_1 とする。また，点 A_1 から点 A_3 にいたる曲線 C の部分，および線分 $\mathrm{A}_3\mathrm{A}_2$ と $\mathrm{A}_2\mathrm{A}_1$ で囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき，$S_1:S_2=$ $\boxed{（く）}$: $\boxed{（け）}$ である。ただし $\boxed{（く）}$ と $\boxed{（け）}$ は互いに素な自然数である。

[IV]

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

座標平面において原点Oを中心とする半径1の円を C_1 とし，C_1 の内部にある第1象限の点Pの極座標を $(r,\ \theta)$ とする。さらに点Pを中心とする円 C_2 が C_1 上の点Qにおいて C_1 に内接し，x 軸上の点Rにおいて x 軸に接しているとする。また，極座標が $(1,\ \pi)$ である C_1 上の点をAとし，直線AQの y 切片を t とする。

（1） r を θ の式で表すと $r=$ $\boxed{（あ）}$ となり，t の式で表すと $r=$ $\boxed{（い）}$ となる。

（2） 円 C_2 と同じ半径をもち，x 軸に関して円 C_2 と対称な位置にある円 C_2' の中心を P' とする。三角形 POP' の面積は $\theta=$ $\boxed{（う）}$ のとき最大値 $\boxed{（え）}$ をとる。条件 $\theta=$ $\boxed{（う）}$ は条件 $t=$ $\boxed{（お）}$ と同値である。

（3） 円 C_1 に内接し，円 C_2 と C_2' の両方に外接する円のうち大きい方を C_3 とする。円 C_3 の半径 b を t の式で表すと $b=$ $\boxed{（か）}$ となる。

（4） 3つの円 C_2, C_2', C_3 の周の長さの和は $\theta=$ $\boxed{（き）}$ のとき最大値 $\boxed{（く）}$ をとる。